

ÁLGEBRA MODERNA TRES

Ciclo 2011-B

En un tercer curso de álgebra contemporánea uno encontrará más herramientas para el estudio de los grupos y también las interacciones entre grupos y anillos. La literatura clásica de estos tópicos ronda en establecer el lenguaje de nuestro tiempo: las ideas de Galois, pero que con el advenimiento de mayor poder de las computadoras, los word-problems algebraicos tienen mucha demanda, por aquí hacia la ingeniería de algoritmos. Se incluyen tres tipos de tópicos: el primero corresponde a terminar de adquirir las herramientas básicas para las aplicaciones de los grupos, una segunda ya clásica desde los tipos de Galois, pero que el uso de la computadora en la sociedad, por una lado y los problemas computacionales del análisis y la topología, por el otro, indican una actualización pertinente hacia las técnicas la teoría combinatoria de grupos.

i. Acciones de Grupos y sus aplicaciones

- 1) Definición de acción y ejemplos.
- 2) Ecuación de clase.
- 3) Teorema de Cauchy.
- 4) Teoremas de Sylow.
- 5) Aplicaciones a grupos.

ii. Teoría de Galois

- 1) Definiciones y resultados básicos: Anillos, campos, característica de un campo, anillos de polinomios, factorización de polinomios, extensión de campos, elementos algebraicos y trascendentes, construcciones de regla y compás, campos algebraicamente cerrados.
- 2) Campos de escisión: mapeos entre extensiones simples, raíces múltiples.
- 3) Teorema fundamental de Galois: grupos de automorfismos de un campo, extensiones separables, normales y de Galois, números construibles, grupo de Galois de un polinomio, solubilidad de ecuaciones.
- 4) Cómputo de los grupos de Galois: Grupo de Galois y grupos alternantes, transitividad del grupo de Galois, polinomios de orden 3 y 4, campos finitos, cálculo sobre los racionales.
- 5) Aplicaciones de la teoría de Galois: Elemento primitivo, Teorema fundamental del álgebra, extensiones ciclotómicas, Teorema de Dedekind, Base normal, Teorema de Hilbert, extensiones cíclicas, prueba del Teorema de solubilidad de Galois.
- 6) Clausura algebraica.

iii. Teoría Geométrica de Grupos

- 1) Presentaciones de Grupos: Método de Reidemeister-Schreier.
- 2) Grupos libres: Teorema de Schreier, Schreier-Nielsen.

- 3) Producto libre de grupos: Teorema de Kurosch, HNN-extensiones, Teorema de Ordman, Producto amalgamado de grupos.
- 4) Small Cancellation Theory: Algoritmo de Dehn, Conjugacy Problem, Word Problem.

El método de evaluación consiste en la exposición de la clase, muy puntual y muy disciplinada durante la primera etapa del semestre. Pero las últimas 7 u 8 semanas del semestre tendremos **simu-examen** (uno cada semana), escrito, de duración: dos horas. En el, se trabajará al *estilo taller de solución de problemas con entrega de las respuestas al final*, para, días después, recibir una simu-evaluación o correcciones de los simu-problemas que se hayan resuelto. La calificación final será la del último real examen (o sea, que ya no será simu-examen).

Referencias

- 1) I.N. Herstein, "Topics in Algebra", John Wiley & Son, 2 ed. 1975.
- 2) S. Lang, "Algebra", Addison Wesley, 3 ed. 1993.
- 3) J. S. Milne, "Group Theory" y "Field Theory", en línea: <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/>, 2010.
- 4) R.C. Lyndon, P.E. Schup, "Combinatorial Group Theory", Classical in Math, Springer, 1977.
- 5) R. Geogeghan "Topological methods in Group Theory", Graduate Texts in Math. 243, Springer, 2008.

Eaboró: Juan Manuel Márquez Bobadilla
Depto de Matemáticas, CUCEI. U. de G.
Agosto - 2011