ÁLGEBRA MULTILINEAL
Ciclo 2011-B

Este conjunto de técnicas matemáticas vienen a redondear los conocimientos de las estructuraciones algebraicas elementales contemporáneas.

El objetivo central del curso es poner en contacto con el ente matemático conocido como álgebra de Grassmann.

Tanto como para armar el aparato computacional conocido como cálculo tensorial y que para el estudio de los modernos conceptos de curvatura y geodesía.

Puede ser considerado como una continuación del cáculo vectorial.

El álgebra lineal es importante porque es un ejemplo de una teoría matemática o
mejor dicho, una categoría matemática con ciertas propiedades con respecto a una operación llamada producto tensorial. Y este se presenta en varios niveles:

- -Producto Tensorial de Transformaciones Lineales
- -Producto Tensorial de Espacios Vectoriales
- -Producto Exterior de Formas Diferenciales
- -(Fibrados Tensoriales)
- -(Grupos de Lie)

Este conjunto de conceptos permite estructurar las generalizaciones de los conceptos del cálculo vectorial, conocidas como Las Formas Diferenciales y El Cálculo en Variedades.

Esto es un mecanismo que permite fomular cuestiones geométrico/topologico-diferenciales y fenómenos físicos como los de mecánica, el electro-mágnetismo, la gravitación,... y pero además en un nivel relativista especial y/o relativista general.

El concepto de cambio de bases en los espacios vectoriales trae consigo el concepto de cambio de componentes de un vector. Eso es sólo cuestión algebraica pero que lleva como semilla la interpretación geométrica del universo en los estadíos en: una; dos; tres; . . . ; n-dimensiones. Es por eso que uno encontrará en el camino, los conceptos de cambio de coordenadas y cambio de los componentes de un tensor. Por aquí uno separa las cuestiones posicionales (en algún espacio) en el concepto de variedad (manifold)

El programa oficial está en línea, en:

http://mate.cucei.udg.mx/depto/Materias/MT302_ALGEBRA_MULTILINEAL.html

que está especificado de una manera que notoriamente necesita una reestructuración.

Y es por eso que varias propuestas del curso han sido implentadas. Pero las voy a mencionar después de aclarar el entorno local en que se desarrolla este curso.

El curso es una materia **optativa** para la carrera de matemático, pero **obligatoria** para la carrera de físico:

> Durante muchos años (2006 - a la fecha) han sido muchos los físicos que la han llevado a un buen nivel para luego ser usandas en materias más

> avanzadas (física moderna como relatividad y cuántica) y pocos matemáticos, también para incoporarse al arsenal de herramientas contemporáneas que les serán útiles. Para un científico moderno, los conceptos matemático de **Variedad**, **Fibrado** y **Conexión en un Fribrado**, son el pan de cada día, es decir, el lenguage con que se comunican: objetos, fenómenos o procesos, que los investigadores estudian. Baste con decir que hasta en economía (i.e. los econo-nómos) los usan.

Así que un plan de estudios adecuado, que tenga en cuenta que la mayoría de los alumnos son de la carrera de física, y que muchos quieren llegar a niveles de postgrado, tendría que seguir los siguientes pasos:

1) ***Repaso meteórico de la clasificación de las estructuras algebraicas*** (grupos, anillos y campos). También del álgebra lineal que incluye: Espacio vectorial, vector, base, dimensión, combinación lineal, dependencia lineal, transformación lineal, subespacio, núcleo de un transformación lineal, Matrices y sus operaciones. Matriz de una transformación lineal. Espacios Euclídeos y de Hilbert.

2) ***Armado de los conceptos fundamentales***: *Producto tensorial de funcionales lineales* (producto tensorial de covectores). Espacio dual. Base dual. Esto para explicar e ilustrar la idea del *producto tensorial de espacios vectoriales*. *Producto exterior de covectores*. *Espacios de tensores alternantes*. *Álgebra de Grassmann*.

3) ***Vuelta al cálculo de varias variables***: Series de Taylor. Jacobiana. Regla de la Cadena. Derivada direccional. Derivada covariante std y derivada covariante inducida en subvariedades (ecuación de Gauss). Definición de subvariedad (submanifold) en R^n. Espacios de formas euclídeas. Derivada exterior. Complejo de de-Rham de una región abierta de R^n.

4) ***Curvatura de curvas y superficies***. Coeficientes de Conexión (símbolos de Christoffel) y curvatura gaussiana. Las geodésicas y sus ecuaciones. Teorema de Gauss-Bonnet.

El método de evaluación consiste en la exposición de clase muy puntual y muy disciplinada durante la primera etapa del semestre. Pero las últimas 7 u 8 semanas del semestre tendremos simu-examen (1-cada semana) escrito de dos horas. En el, se trabajará estilo taller de solución de problemas con entrega de las respuestas al final, para días después recibir correcciones de los simu-problemas que se hayan resuelto. La calificación final será la del último examen que ya no será simu-examen.

Es posible obtener apoyo on-line siguiendo las versiones del curso en los módulos moodle del CUCEI, o bien en:
http://juanmarqz.wordpress.com/cucei-maths/algebra/multilinear-and-geometry/

Atte:
Mat. Juan Manuel Márquez Bobadilla